



Un modèle dispersif pour la simulation numérique des vagues côtières de la zone de levée à la zone de jet de rive

G. L. Richard, M. Kazakova, A. Duran, B. Fabrèges



Modèles de vagues côtières

À résolution de vagues

Saint-Venant : Vagues déferlantes

Serre-Green-Naghdi : Zone de levée

Modèles de rouleaux (Svendsen 1984, Schäffer *et al.* 1993, Madsen *et al.* 1997, Cienfuegos *et al.* 2010...)

+ equation de la vorticité dans la profondeur (Veeramony & Svendsen 2000, Briganti *et al.* 2004...)

Viscosité turbulente (Zelt 1991, Karambas & Koutitas 1992, Kennedy *et al.* 2000, Chen *et al.* 2000...)

+ calculée avec une énergie turbulente (+ équation de transport avec termes sources)

(Nwogu 1996, Karambas & Tozer 2003, Zhang *et al.* 2014, Kazolea & Ricchiuto 2018...)

Switching (Tonelli & Petti 2011, Bonneton *et al.* 2011, Shi *et al.* 2012, Tissier *et al.* 2012...)

Modèles non-hydrostatiques (Stelling & Zijlema 2003, Lu *et al.* 2015...)

Modèle semi-intégré (Antuono & Brocchini 2013)

Approche à deux couches (Gavrilyuk *et al.* 2016)

Simulation des grandes structures de la turbulence

Filtre passe-bas : coupure dans la zone inertielle

Champ filtré : turbulence de grande échelle, énergie, anisotrope

Champ résiduel : turbulence de petite échelle, dissipation, isotrope



Hypothèse de viscosité turbulente

Tenseur des contraintes
résiduelles

$$\begin{aligned}\sigma^r &= -\rho(\overline{\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}} - \bar{\mathbf{v}} \otimes \bar{\mathbf{v}}) \\ &= -\frac{2}{3}\rho k^r \mathbf{I} + 2\rho \nu_T \bar{\mathbf{D}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{D}} &= \frac{1}{2} \left[\mathbf{grad} \bar{\mathbf{v}} + (\mathbf{grad} \bar{\mathbf{v}})^T \right] \\ p &= \bar{p} + \frac{2}{3}\rho k^r\end{aligned}$$

Faible profondeur $\mu = \frac{h_0^*}{L} \ll 1$

$\nu_T = O(\mu)$ uniforme dans la profondeur

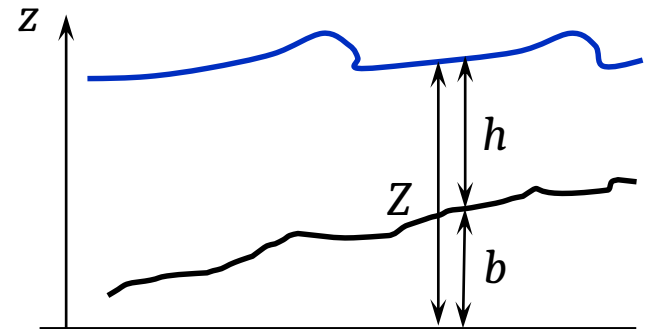
Écoulements « faiblement » turbulents

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$$

Teshukov (2007)

\mathbf{U} : vitesse moyenne sur la profondeur $\mathbf{u}' = O(\mu)$

Modèle



Masse :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \text{div}(h\mathbf{U}) = 0$$

Quantité de mouvement :

$$\frac{\partial h\mathbf{U}}{\partial t} + \text{div}(h\mathbf{U} \otimes \mathbf{U} + h^3\boldsymbol{\varphi}) + \text{grad} \left(\frac{gh^2}{2} + \frac{h^2\ddot{h}}{3} + \Pi' \right) = -gh \text{grad} b + \text{div}(h\mathbf{A}) - f'$$

Tenseur « enstrophie » :

$$\frac{\partial h\boldsymbol{\varphi}}{\partial t} + \text{div}(h\boldsymbol{\varphi} \otimes \mathbf{U}) - 2h(\text{div}\mathbf{U})\boldsymbol{\varphi} + \text{grad}\mathbf{U} \cdot h\boldsymbol{\varphi} + h\boldsymbol{\varphi} \cdot (\text{grad}\mathbf{U})^T = \text{grad}\mathbf{U} \cdot \frac{\mathbf{A}}{h} + \frac{\mathbf{A}}{h} \cdot (\text{grad}\mathbf{U})^T - \frac{\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle}{h}$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \frac{1}{h^3} \int_b^Z \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}' dz \longrightarrow \text{Turbulence de grande échelle + non-uniformité de la vitesse moyenne, anisotrope}$$

$$\mathbf{A} = 2\nu_T \mathbf{S} + 2\nu_T (\text{div}\mathbf{U}) \mathbf{I} \longrightarrow \text{Turbulence de petite échelle}$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} [\text{grad}\mathbf{U} + (\text{grad}\mathbf{U})^T]$$

$$\Pi' = \frac{h^2}{2} \frac{D}{Dt} (\mathbf{U} \cdot \text{grad} b) \quad f' = h \left[\frac{\ddot{h}}{2} + \frac{D}{Dt} (\mathbf{U} \cdot \text{grad} b) \right] \text{grad} b$$

Viscosité turbulente $\nu_T = \frac{h^2 \sqrt{\text{tr} \boldsymbol{\varphi}}}{R}$

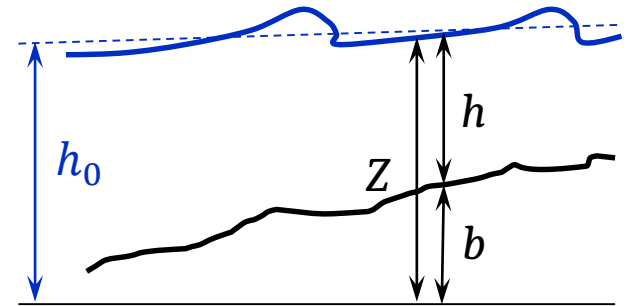
Dissipation $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = C_r h^2 \boldsymbol{\varphi} \sqrt{\text{tr} \boldsymbol{\varphi}}$

$$C_r = 0,48$$

Résolution numérique

Modèle asymptotiquement équivalent

- Propriétés dispersives améliorées (Bonneton *et al.* 2011)
- Formulation à diagonale constante (Lannes & Marche 2015)
- Formulation pré-équilibrée (Duran & Marche 2017)



$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} Z = h + b \\ h\mathbf{U} \\ h\varphi_{11} \\ h\varphi_{12} \\ h\varphi_{22} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{div} \mathbf{F}(\mathbf{W}, b) + \mathbb{D}(\mathbf{W}, b) = \mathbb{S}(\mathbf{W}, b)$$

Flux **Terme dispersif**

$$\mathbf{F}(\mathbf{W}, b) \begin{bmatrix} h\mathbf{U} \\ h\mathbf{U} \otimes \mathbf{U} + h^3 \boldsymbol{\varphi} + \frac{g}{2}(Z^2 - 2Zb)\mathbf{I} \\ h\varphi_{11}\mathbf{U} \\ h\varphi_{12}\mathbf{U} \\ h\varphi_{22}\mathbf{U} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{D}(\mathbf{W}, b) \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = -\frac{gh}{\alpha} \mathbf{grad}(h+b) - \mathbf{div}(h^3 \boldsymbol{\varphi}) + (\mathbf{I} + \alpha \mathbb{T})^{-1} \left[\frac{gh}{\alpha} \mathbf{grad}(h+b) + h\mathbf{Q}_1 + gh\mathbf{Q}_2 + g\mathbf{Q}_3 \right]$$

$$\mathbb{T}\mathbf{V} = -\frac{1}{3} \mathbf{div} \left[h_0^3 \mathbf{grad} \frac{\mathbf{V}}{h_0} \right] = -\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(h_0^3 \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \frac{1}{h_0} \right) \mathbf{e}_i$$

$\alpha = 1.159$

Bonneton *et al.* (2011)

Pas de dérivées troisièmes à calculer

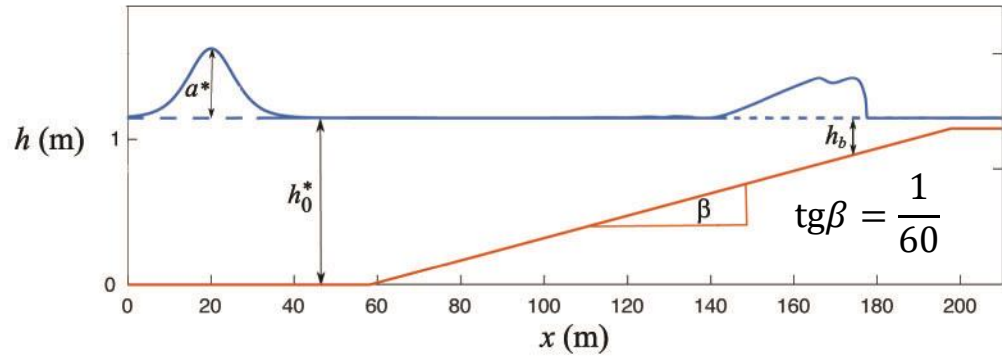
Inversion d'un opérateur diagonal indépendant du temps

Schéma numérique : Galerkin discontinu (Duran & Marche 2017)

Onde solitaire

Expériences de Hsiao *et al.* (2008)

Si $\delta^* \approx 0,05$,
 pas de détachement



Cas 19

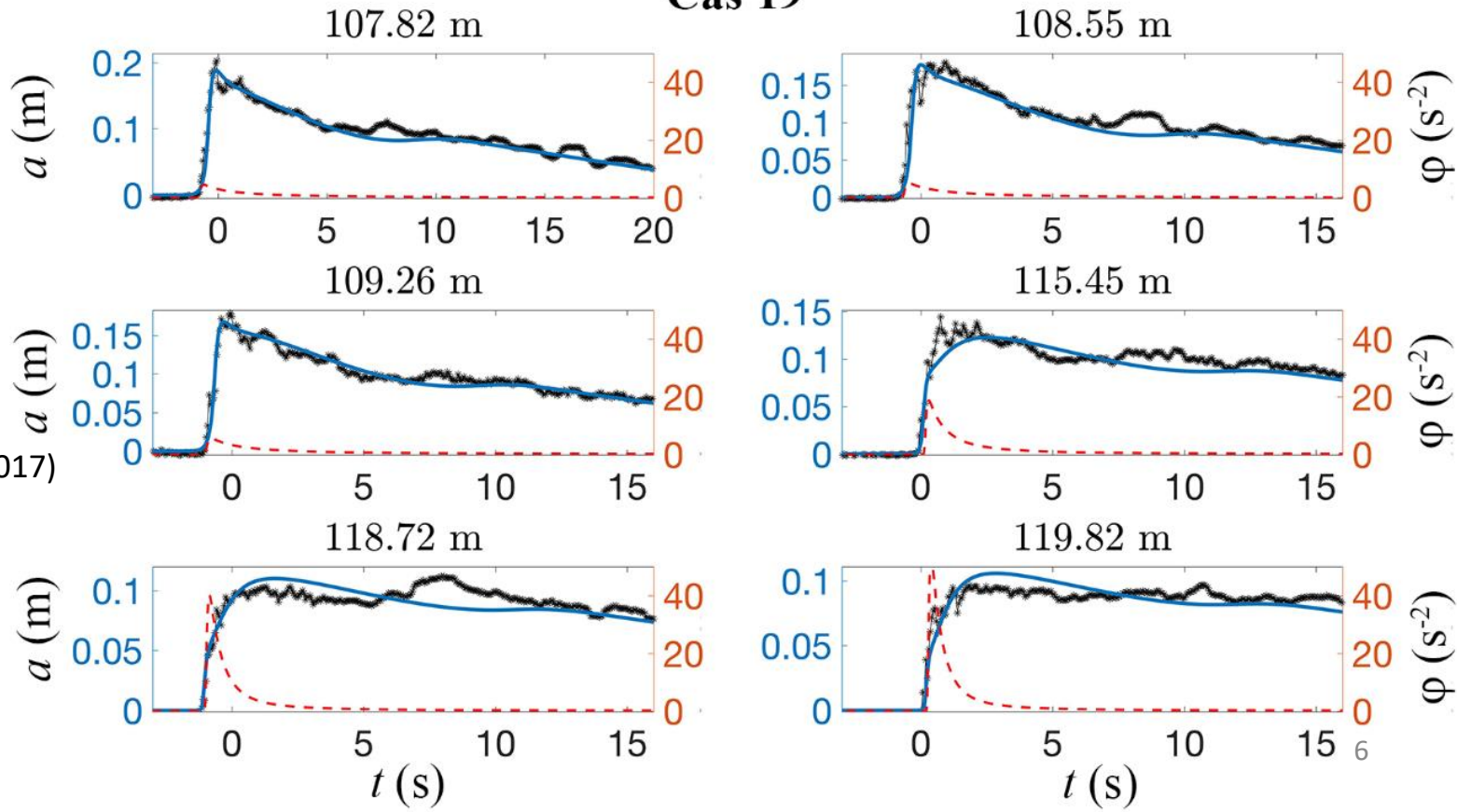
$$\delta^* = \frac{a^*}{h_0^*} = 0,048$$

$$h_0^* = 1,2 \text{ m}$$

$$1,6 < R < 20$$

Hafsteinsson *et al.* (2017)

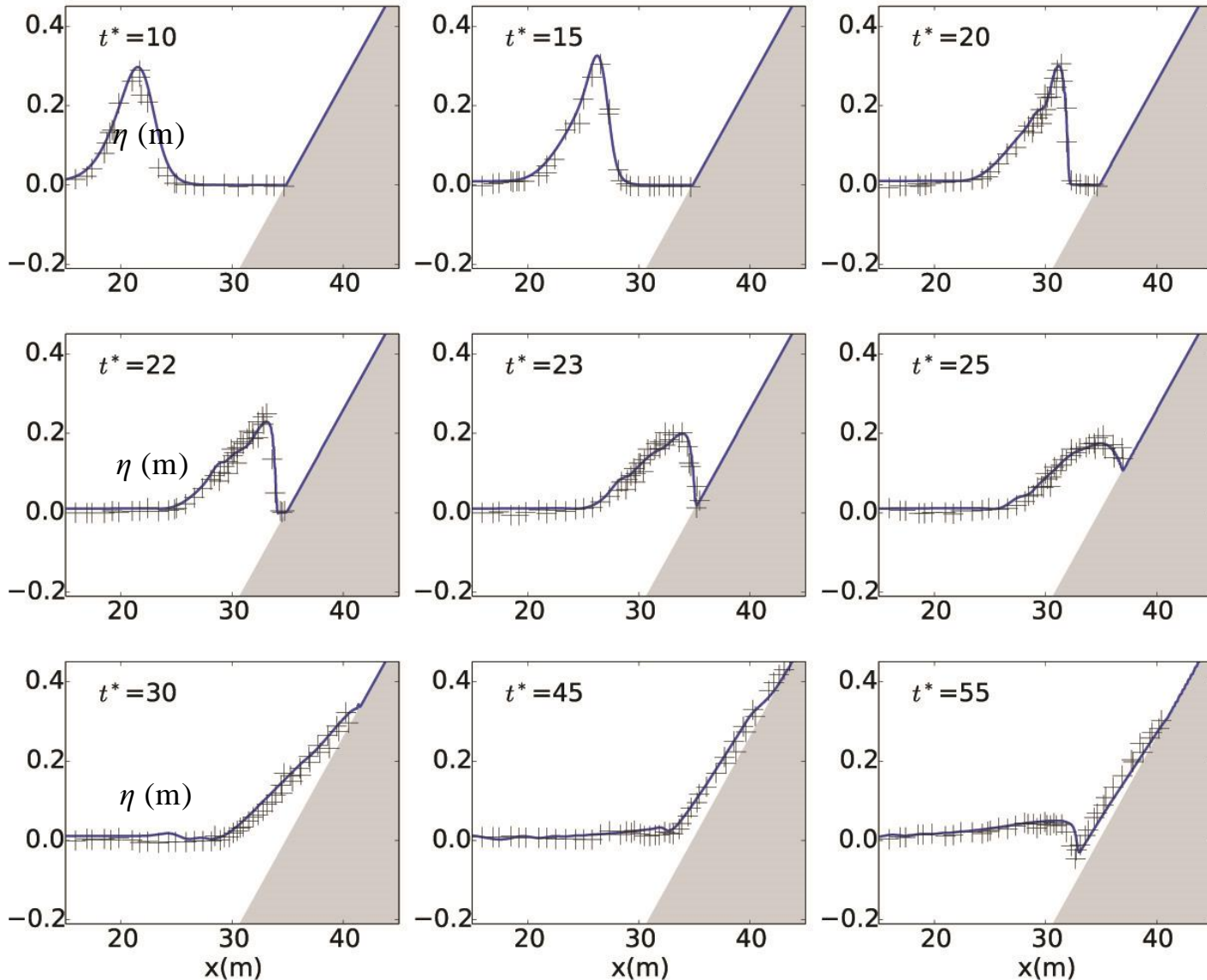
$$R = 0,85 + 60 \text{ tg}\beta$$



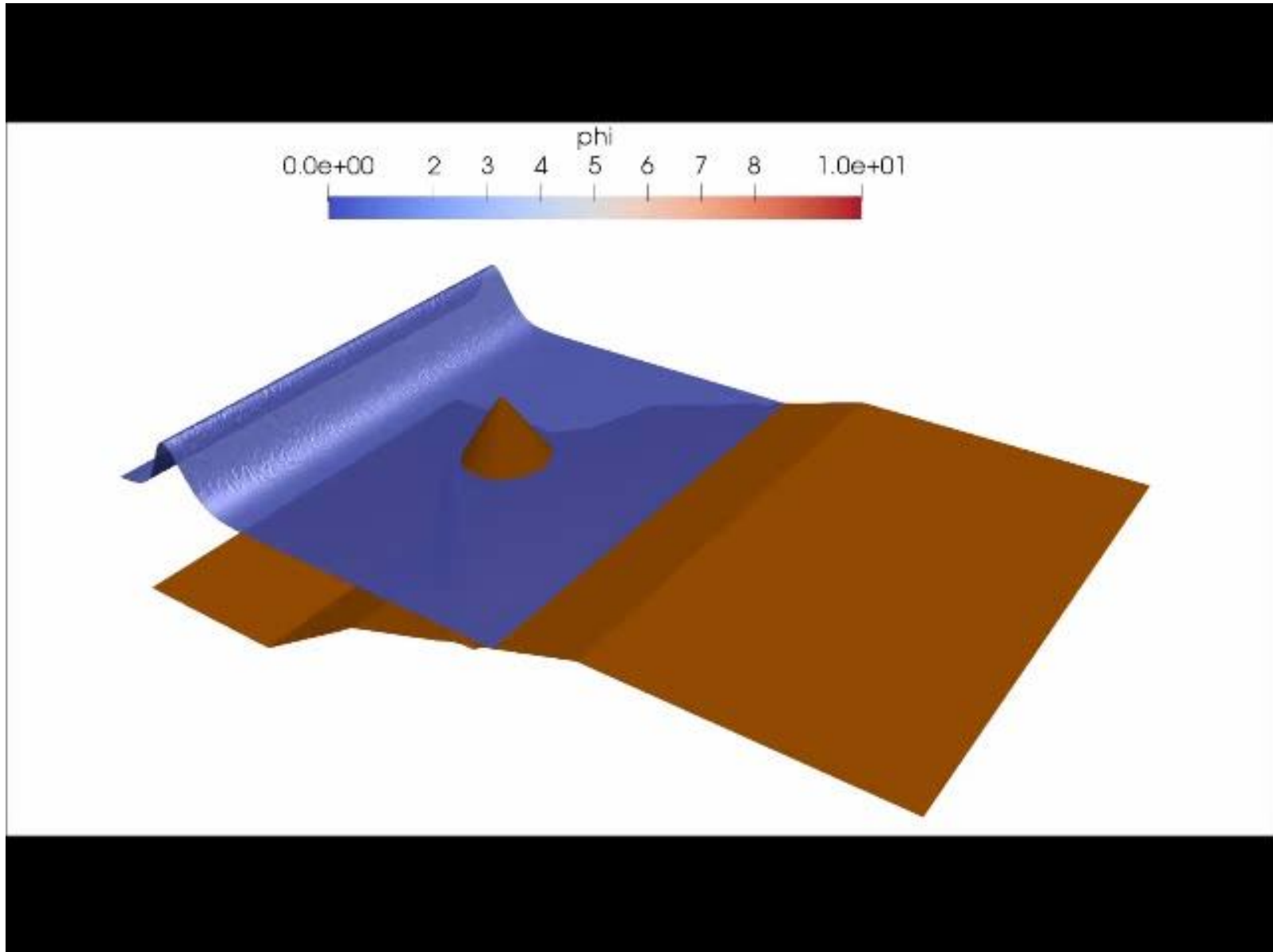
Onde solitaire, jet de rive, jet de retour

Cas test : Synolakis (1987)

Déferlement à $t^* = t \sqrt{\frac{g}{h_0}} = 18,1$



$h_0^* = 0,78$ m
 $\delta = 0,5$

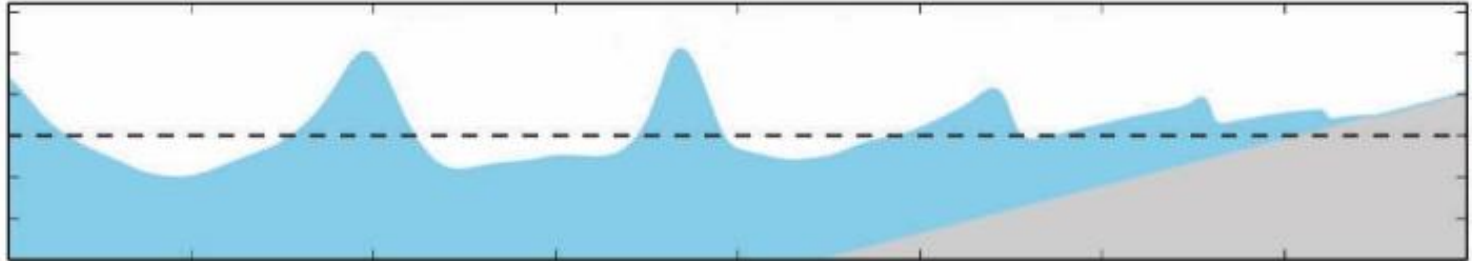


Train de vagues

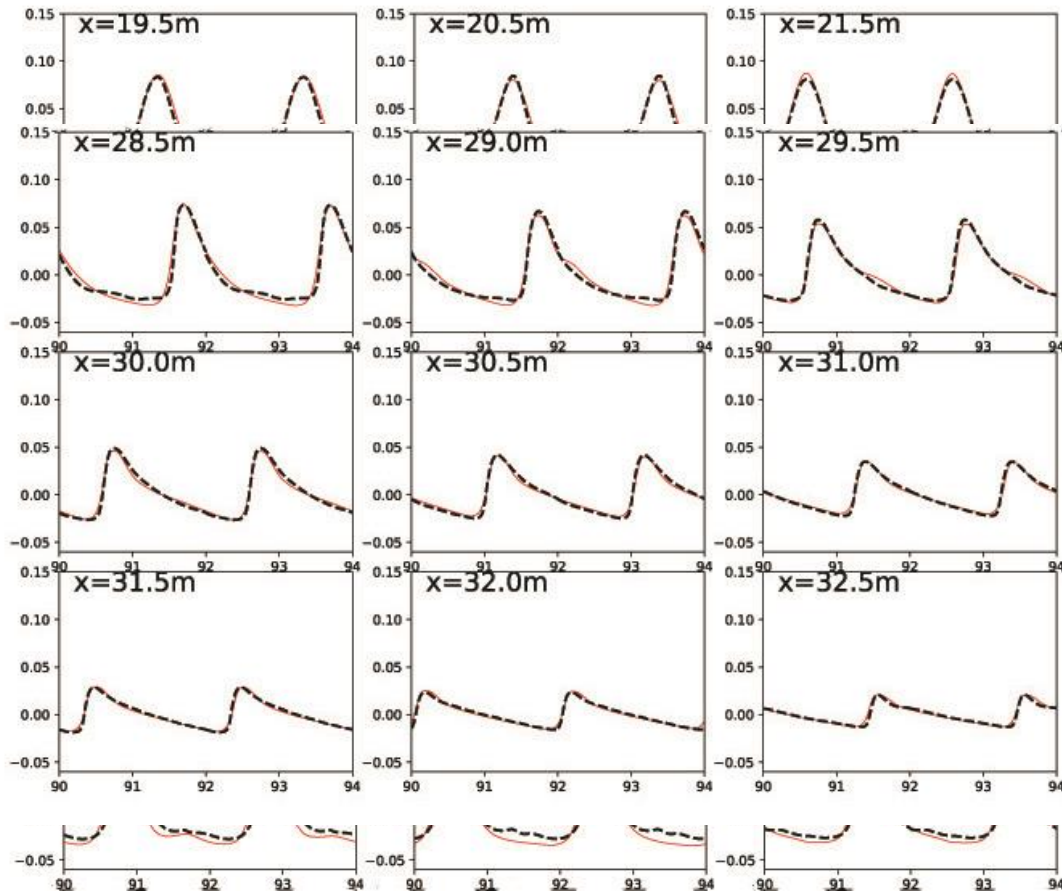
Ting & Kirby (1994, 1995, 1996)

$h_0 = 0,4 \text{ m}$

Pente : 1/35



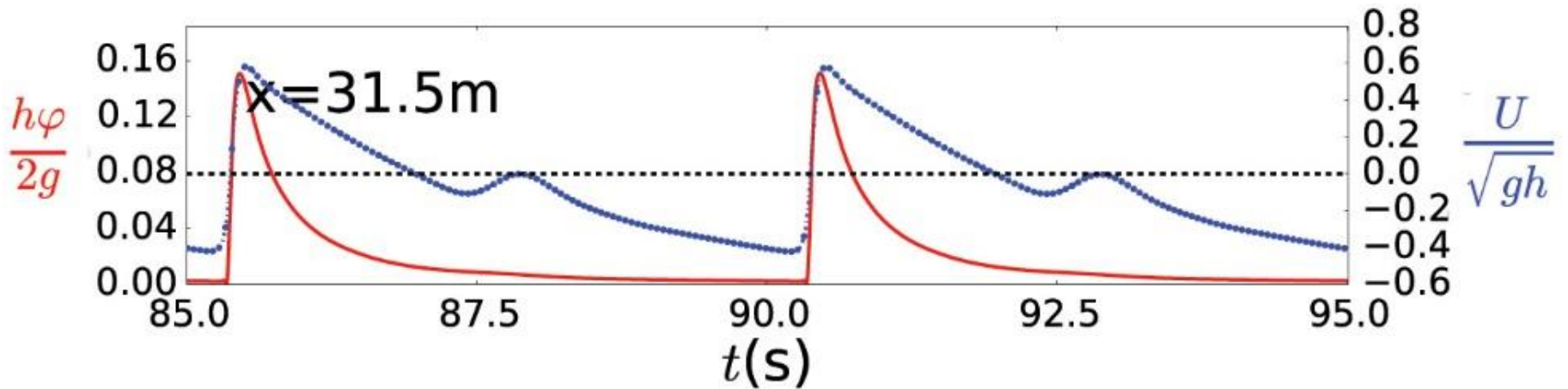
$T = 2 \text{ s}$
 $a = 12,5 \text{ cm}$



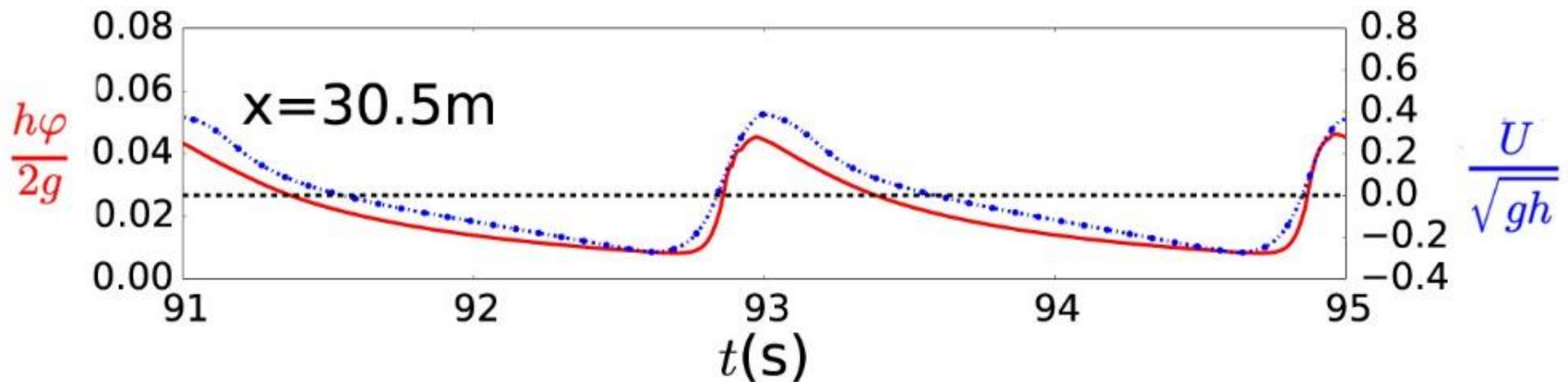
Énergie turbulente dans un train de vagues déferlantes

Ting & Kirby (1994, 1995, 1996)

Déferlement **plongeant** $T = 5$ s



Déferlement **glissant** $T = 2$ s



Vagues périodiques sur une barre

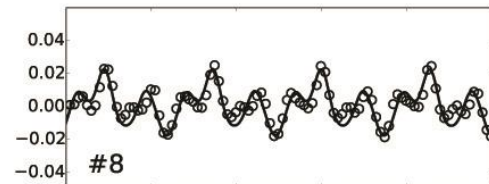
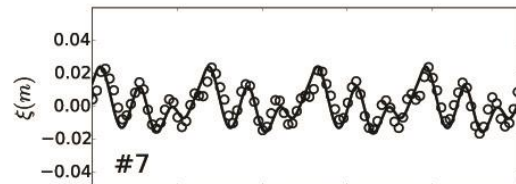
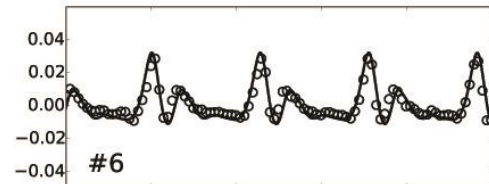
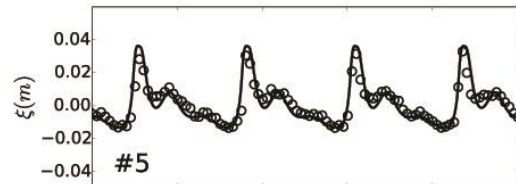
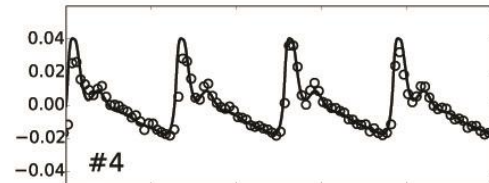
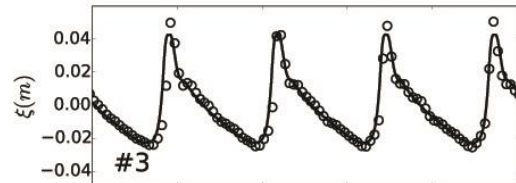
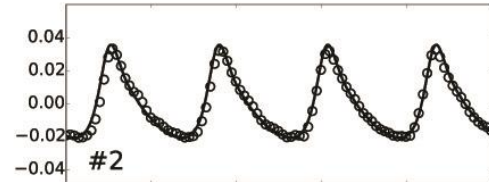
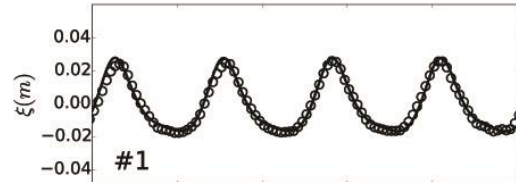
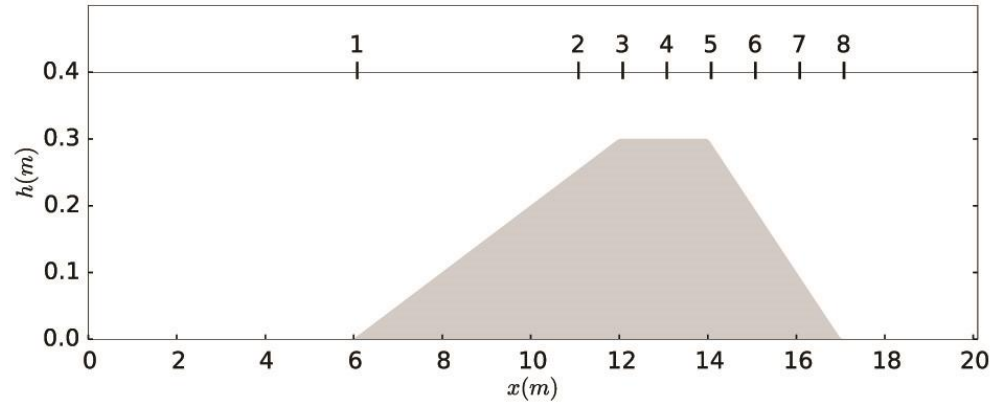
Beji & Battjes (1993)

Pente avant : 1/20

Pente arrière: 1/10

$h_0^* = 0,4$ m

0,4 Hz



Pas de critère de déferlement

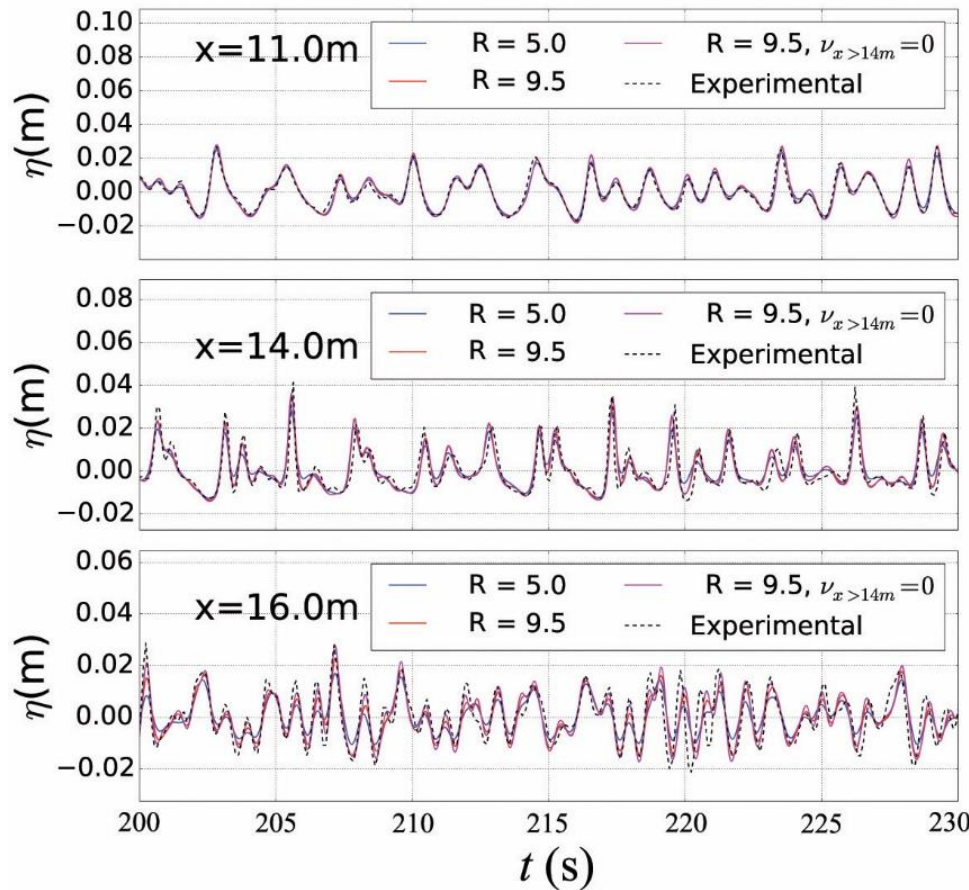
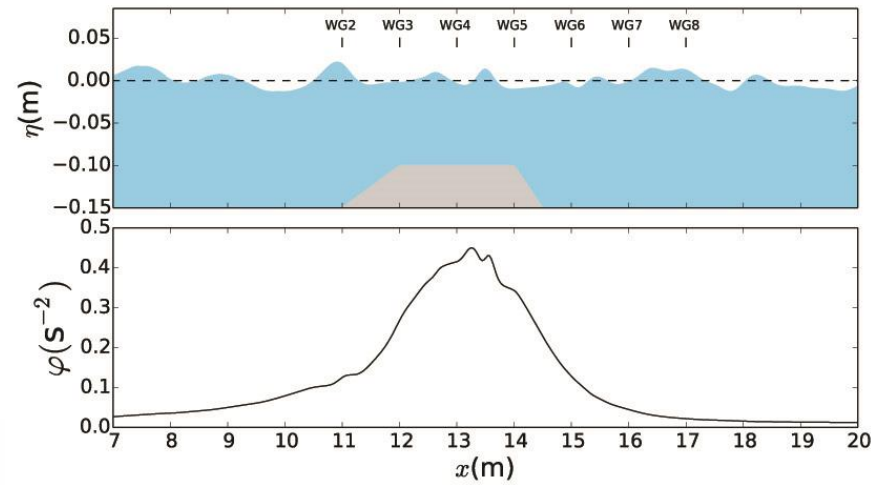
Vagues aléatoires

Beji & Battjes (1993)

Spectre JONSWAP

Période du pic : $T = 2,5$ s

Pas de critère de déferlement



WG2

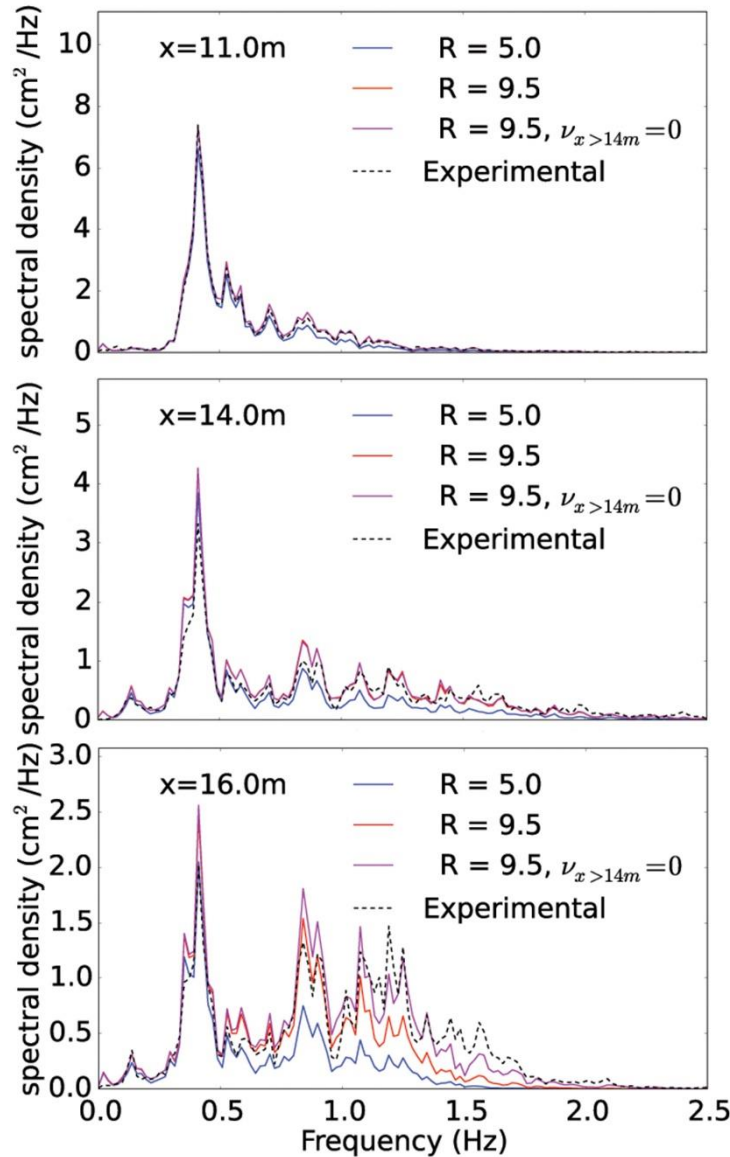
WG5

WG7

Vagues aléatoires

Beji & Battjes (1993)

Spectres



WG2

WG5

WG7

Conclusion

- L'approche est validée dans une large gamme de configurations
- Bonne modélisation des vagues déferlantes dans la zone de surf interne
- Numériquement robuste

Perspectives : suppression du critère de déferlement

